

平成 30 年度
卒業研究報告

研究題目

半導体レーザーにおける
周波数安定化に関する研究

指導教員 由井 四海

富山高等専門学校

電子情報工学科

田中 滉人

平成 31 年 4 月 1 日提出

目次

第1章 序論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究目的.....	1
第2章 研究理論.....	2
2.1 ランベルト・ベールの法則.....	2
2.2 PID 制御.....	3
2.3 PID パラメータ設定法.....	4
2.3.1 部分的モデルマッチング法.....	4
2.3.2 ジーグラ・ニコルス法.....	6
2.3.3 CHR 法.....	7
第3章 研究概要.....	9
3.1 PID 制御のシミュレーション.....	9
3.2 変調振幅による 1f 信号波形の形状変化.....	10
3.3 周波数の偏差の検出方法.....	11
3.4 周波数の補正方法.....	12
3.5 システムの制御の流れ.....	13
第4章 結果・考察.....	14

4.1 シミュレーション結果.....	14
4.2 変調振幅を変化させたときの 1f 信号波形の測定結果.....	18
4.3 PID 制御実験の測定結果.....	20
第 5 章 まとめ.....	21
謝辞.....	22
参考文献.....	23

第1章 序論

1.1 研究背景

近年、レーザーは微量ガス検出やガス濃度測定、レーザー通信など様々な分野で使用されている。しかしながら、レーザーの周波数はどの用途においても安定していなければ結果に影響を及ぼす。^[1] 例えば、微量ガス検出においては、ガスはガスごとに固有の周波数の光を吸収するという特性を利用する。そのため、周波数が安定していないと対象のガスを検出できない恐れがある。本研究ではレーザーによるガスの濃度測定のためにレーザー周波数の安定化を行う。ガスの濃度測定においては、ガスの吸収線のピーク周波数時の透過率より計測する。そのため、周波数が変化すると透過率も変化してしまい、正確な濃度を測定できなくなる。

このようにレーザーの周波数安定化はレーザーを使用して何かを行う場合に必要なものなのである。

1.2 研究目的

本研究ではレーザーによるガス濃度測定のための周波数安定化を目的とする。本研究では半導体レーザーの一種である分布帰還型(DFB: Distributed Feedback)レーザーを使

用する。半導体レーザーは温度と電流によって周波数が決まる。温度と電流では電流の方が制御しやすいため、本研究では電流を制御することで周波数を安定化させるシステムを開発する。

第2章 研究理論

2.1 ランベルト・ベールの法則

吸収線から濃度を求める方法の1つにランベルト・ベールの法則によるものがある。

ランベルト・ベールの法則における公式を式2-1に示す。

$$T = \exp(-\sigma Nl) \quad (2-1)$$

この式における N が濃度で、 T が透過率、 σ が吸収断面積、 l は光路長である。

この法則によって濃度を求めるためには、初めに既知の濃度 N での吸収線を測定する。

また、吸収線の透過率 T より吸収断面積 σ を求める。そして、濃度を求めたい吸収線での透過率 T_0 と既知の濃度での透過率 T が一致するときの σ より、透過率 T_0 のときの濃度 N を計算する。

2.2 PID 制御

PID 制御とはフィードバック制御の一種で、目標値と現在値の偏差を比例、積分、微分の3つの要素で制御する方式である。図 2-1 に PID 制御のブロック図を示す。

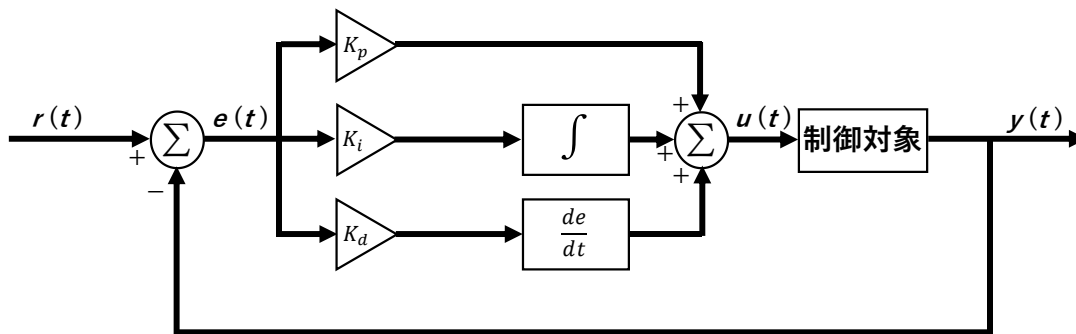


図 2-1 PID 制御のブロック図

この図において $r(t)$ は目標値、 $e(t)$ は偏差、 $u(t)$ は操作量、 $y(t)$ は現在値である。PID 制御は比例ゲイン： K_p 、積分ゲイン： K_i 、微分ゲイン： K_d によって制御動作が変化するため、この3つのパラメータを調節することによって制御する。

まず初めに比例(P)制御を考える。P 制御における比例ゲイン K_p は小さすぎると、定常偏差（収束時の目標値との差）が大きくなる。しかし、逆に大きいとオーバーシュートし、大きくしすぎると振動動作が起き、目標値に収束しなくなる。このように P 制御だけでは、目標値に一致させることはできない。そこで次に P 制御に積分(I)制御を加えた PI 制御を考える。I 制御における積分ゲイン K_i を大きくすることで、定常偏差が小さく

なり目標値で安定することが出来る。しかし、 K_i が大きくなると、オーバーシュートが大きくなってしまふ。また、PI制御ではP制御による振動を抑えることが出来ない。そのため、PI制御に微分(D)制御を加えたPID制御について考える。PID制御ではPI制御では抑えることが出来なかつたオーバーシュートや振動をD制御によつて抑えることができる。このようにPID制御ではそれぞれの制御部で他の制御部での問題点を補うことで、現在値を目標値で安定させることができる。

2.3 PIDパラメータ設定法

先に述べたように、PID制御は比例ゲイン、積分ゲイン(積分時間)、微分ゲイン(微分時間)の3つの定数によつて制御動作が決まる。そのパラメータ設定法は多く存在するが、本項では代表的なパラメータ設定法である、部分的モデルマッチング法、ジューグラ・ニコルス法、CHR法について説明する。

2.3.1 部分的モデルマッチング法

部分的モデルマッチング法とは、制御対象システムを伝達関数で表現し、望ましい応答特性を持つ参照モデルと一致するように制御器のパラメータを設定する方法である。参照モデルは式2-2の通りで、この式の σ の値を調整することで望ましい特性を得ることが出来る。

$$\frac{1}{\alpha(s)} = \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1(\sigma s) + \alpha_2(\sigma s)^2 + \alpha_3(\sigma s)^3 + \dots} \quad (2-2)$$

また、参照モデルには型が4つあり、型によって係数の α の値が違ふ。表2-1に各型による参照モデルの係数を示す。

表 2-1 参照モデルの係数

型	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4
I	1	1	1/2	3/20	3/100
II	1	1	3/8	1/16	1/256
III	1	1	17/40	39/400	109/4000
IV	1	3.4	5.5	5.0	2.8

この4つの型において、I,IV型はオーバーシュートがあるのに対し、II,III型はオーバーシュートがなく、応答が速い。

制御対象の伝達関数を式2-3とすると、比例ゲイン K_p 、積分ゲイン K_i 、微分ゲイン K_d は以下の式2-4、2-5、2-6で表される。

$$\frac{1}{\beta(s)} = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 s + \beta_2 s^2 + \beta_3 s^3 + \dots} \quad (2-3)$$

$$K_p = \frac{1}{K\alpha_1\sigma} (\beta_1 - \sigma \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \beta_0) \quad (2-4)$$

$$K_i = \frac{\beta_0}{K\alpha_1\sigma} \quad (2-5)$$

$$K_d = \frac{1}{K\alpha_1\sigma} \left\{ \beta_2 - \sigma \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \beta_1 + \frac{\sigma^2}{\alpha_1^2} (\alpha_2^2 - \alpha_1 \alpha_3) \beta_0 \right\} \quad (2-6)$$

また、 σ の値は式 2-7 により決定する。

$$A\sigma^3 + B\sigma^2 + C\sigma + D = 0 \quad (2-7)$$

ただし、 $A = (2\alpha_1^2\alpha_2\alpha_3 - \alpha_2^2 - \alpha_1^2\alpha_4)\beta_0$ 、 $B = \alpha_1(\alpha_1^2 - \alpha_1\alpha_3)\beta_1$ 、 $C = -\alpha_1^2\alpha_2\beta_2$ 、

$D = \beta_0\beta_3$ である。

2.3.2 ジーグラ・ニコルス法

ジーグラ・ニコルス法には限界感度法とステップ応答法の 2 つがある。

限界感度法では、はじめに積分ゲイン K_i と微分ゲイン K_d を 0 にし、P 制御だけの状態にする。次に比例ゲイン K_p の値を徐々に大きくしていく。すると、ある値で制御量が安定限界に達し、一定持続振動を維持する状態になる。限界感度法はこの時の比例ゲインの値を K_u 、持続振動の周期を P_u とし、以下の表 2-2 に示すような式で各パラメータを決定するパラメータ設定法である。

表 2-2 ジーグラ・ニコルスの限界感度法

制御の種類	K_p	$T_i = (K_p/K_i)$	$T_d = (K_p/K_d)$
P	$0.50K_u$	—	—
PI	$0.45K_u$	$0.83P_u$	—
PID	$0.60K_u$	$0.50P_u$	$0.125P_u$

ステップ応答法では、はじめに制御対象単体にステップ入力を加える。次に得られたステップ応答曲線から最も曲線の勾配が急な所に接線を引き、その勾配を $R=K/T$ (K : 定常ゲイン, T : 時定数)とする。また、接線が横軸と交わる時刻と入力を加えた時刻の差を L とする。ステップ応答法はこの R と L から表 2-3 に示すような式で各パラメータを決定するパラメータ設定法である。

表 2-3

制御の種類	K_p	$T_i = (K_p/K_i)$	$T_d = (K_p/K_d)$
P	$1/RL$	—	—
PI	$0.9/RL$	$3.3L$	—
PID	$1.2/RL$	$2L$	$0.5L$

2.3.3 CHR 法

CHR 法は先に述べたステップ応答法の一つである。CHR 法には目標値追従型と外乱抑制型の 2 種類あり、さらにオーバーシュートを 0%とする場合と 20%にする場合の 2 種類がある。CHR 法では勾配 R と時間差 L に加え、時定数 T によって各パラメータを決定する。表 2-4 と表 2-5 に CHR 法による各パラメータの式を示す。

表 2-4 CHR 法（目標値追従型）

制御の種類	K_p	T_i	T_d	オーバー シュート量
P	$0.3/RL$	—	—	0%
PI	$0.35/RL$	$1.2T$	—	
PID	$0.6/RL$	T	$0.5L$	
P	$0.7/RL$	—	—	20%
PI	$0.6/RL$	T	—	
PID	$0.95/RL$	$1.35T$	$0.47L$	

表 2-5 CHR 法（外乱抑制型）

制御の種類	K_p	T_i	T_d	オーバー シュート量
P	$0.3/RL$	—	—	0%
PI	$0.6/RL$	$4L$	—	
PID	$0.95/RL$	$2.4L$	$0.4L$	
P	$0.7/RL$	—	—	20%
PI	$0.7/RL$	$2.3L$	—	
PID	$1.2/RL$	$2L$	$0.42L$	

第3章 研究概要

3.1 PID 制御のシミュレーション

本研究でははじめに、PID 制御の特性を調べるために PC 上でシミュレーションを行った。シミュレーションは scilab というソフトウェア内の xcos というアプリケーションで行った。図 3-1 にシミュレーション用の回路図を示す。

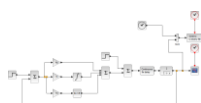


図 3-1 シミュレーション用回路図

本シミュレーションでは PID 制御の 3 つの定数である、比例ゲイン、積分ゲイン(積分時間)、微分ゲイン(微分時間)を PID パラメータ設定方法として知られているジークラニコルス法と CHR 法により設定し、PID パラメータによる出力の変化を調べた。

3.2 変調振幅による 1f 信号波形の形状変化

本研究で使用する 1f 信号波形は、FG の振幅（変調振幅）によって形状が変化する。

ピーク付近の傾きが大きい方が入力の変化に対する出力の変化も大きいため、小さな周波数の変化にも残留偏差を小さくできることが期待される。振幅による出力の変化を図

3-2,3-3 で説明する。

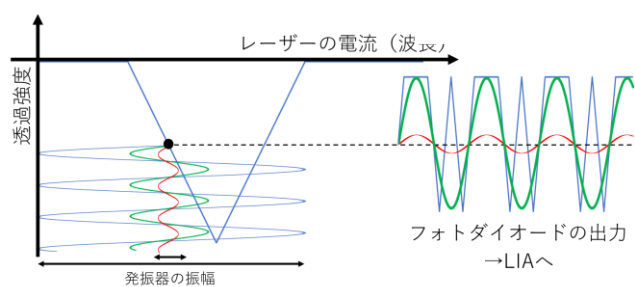


図 3-2 変調振幅による PD の出力の変化

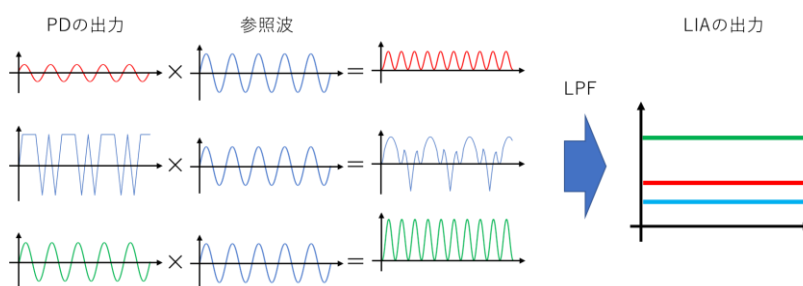


図 3-3 変調振幅による LIA の出力の変化

PD の出力波形は、変調振幅の大きさによって、波形の形状と振幅の大きさが変化する。LIA では PD の出力と FG の信号を掛け算し、それをローパスフィルタ(LPF: Low-

pass filter)に通したものを出力している。よって、変調振幅が小さすぎると PD の出力振幅が小さくなるため LIA の出力は小さくなってしまう。また、変調振幅が大きすぎても PD の信号と FG の信号を掛け算した信号に負の値が出てくるため、LIA の出力は小さくなる。そのため、変調振幅の変化による 1f 信号波形の変化を調べた。

3.3 周波数の偏差の検出方法

初めに図 3-4 に示すような吸収線を使用した場合を考える。この吸収線ではピーク周波数における透過強度が最小の値を取る。そのため、周波数がピーク周波数よりも大きくなると、強度はピーク周波数での強度よりも大きくなる。また、周波数がピーク周波数に小さくなる場合においてもその強度はピーク周波数での強度よりも大きくなる。これにより、この吸収線では強度だけ見ると周波数が大きくなったか小さくなったかわからない。

そのため本研究では、周波数の偏差の検出に図 3-5 に示すような一次微分信号(1f 信号)を使用する。1f 信号において周波数がピーク周波数と一致している場合、その信号強度は 0 である。また、1f 信号では周波数がピーク周波数よりも大きくなると強度は正の値を、小さくなると負の値を取る。これにより、周波数の偏差の方向と大きさを検出することが出来る。

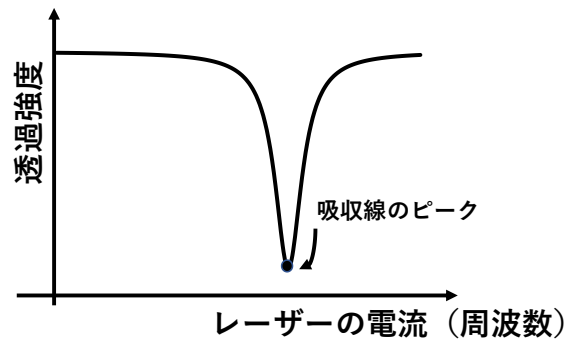


図 3-4 ガスの吸収線

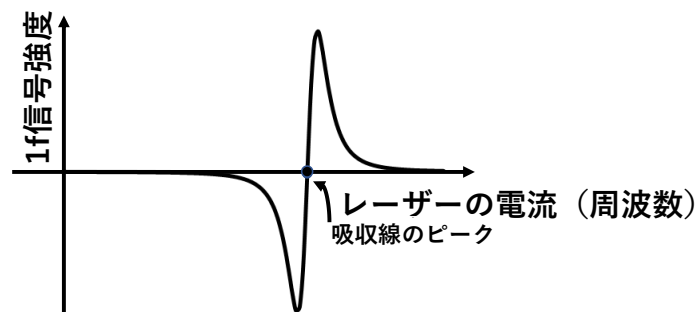


図 3-5 吸収線の 1f 信号

3.4 周波数の補正方法

周波数の補正は PID 制御で行う。PID 制御は制御ボードによるアナログ制御にて行う。本研究では市販の PID 制御ボード(株式会社タートル工業、T-PID01Z)を使用した。

図 3-6 に開発するシステムのブロック図を示す。

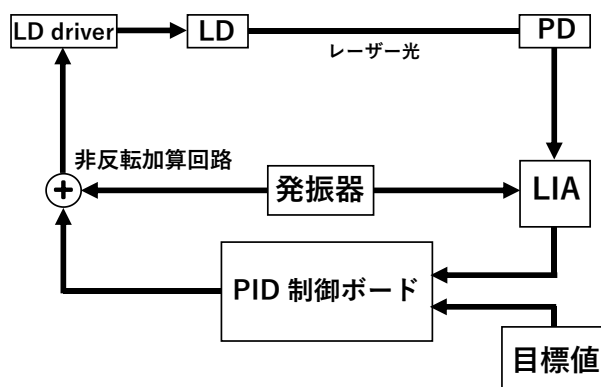


図 3-6 周波数安定化システムのブロック図

このシステムはロックインアンプ(LIA: Lock-in amplifier)の出力を制御量として PID 制御ボードに入力する。LIA は光検出器(PD: Photodiode)の電気信号と発振器(FG: Function generator)の信号から現在の 1f 信号強度を出力する。制御ボードはその制御量を PID 制御し、制御した値を操作量として出力する。操作量は FG のオフセット電圧に加算する。加算は作成した非反転加算回路で行う。

3.5 システムの制御の流れ

システムの制御の流れ図を図 3-7 に示す。ピーク周波数で安定している時、LIA の出力は 0 である。しかし、周波数が変化すると図のように周波数の偏差に伴った LIA の出力が発生する。その出力は制御量として PID 制御ボードに入力される。PID 制御ボード

では、はじめに目標値との差をとる。その偏差量を P 制御、I 制御、D 制御の 3 つの要素で制御する。そして 3 つの要素で制御された値を合計し、その値を操作量として出力する。LD の電流は FG のオフセット電圧によって決まる。そのため操作量は FG のオフセット電圧に加算することで電流値を変化させ、周波数の補正を行う。この一連の操作を繰り返すことによって、周波数はピーク周波数で安定化される。

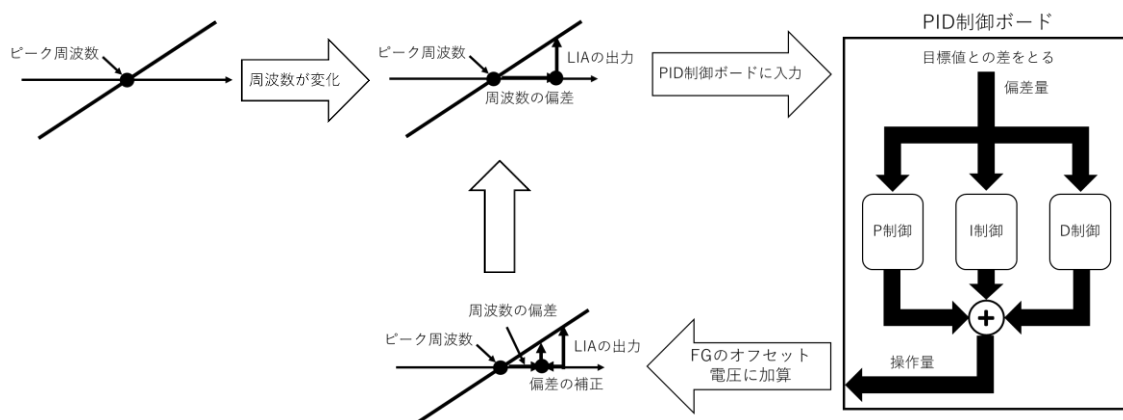


図 3-7 システムの制御の流れ

第 4 章 結果・考察

4.1 シミュレーション結果

シミュレーションは以下の条件で行った。

表 4-1 シミュレーション条件

初期値	0
目標値	1
制御対象の伝達関数	$\frac{1}{1+s}$
むだ時間	0.3 秒

シミュレーションでは各パラメータ設定法によるパラメータで制御動作を測定した。また、CHR 法において外乱抑制型のパラメータ設定法があるため、外乱を発生させた場合の制御動作も測定した。各パラメータ設定法によるパラメータは以下の通りである。

表 4-2 各パラメータ設定法による PID パラメータ

方法	K_p	T_i	T_d
ジューグラー・ニコルスの限界感度法	3.534	0.55	0.1375
ジューグラー・ニコルスのステップ応答法	4	0.6	0.15
CHR 法(目標値追従型 0%)	2	1	0.15
CHR 法(目標値追従型 20%)	3.167	1.35	0.141
CHR 法(外乱抑制型 0%)	3.167	0.72	0.12
CHR 法(外乱抑制型 20%)	4	0.6	0.126

これらのパラメータを使用し、上記のシミュレーション条件で PID 制御を行った場合の各制御動作の測定結果を図 4-1 に示す。

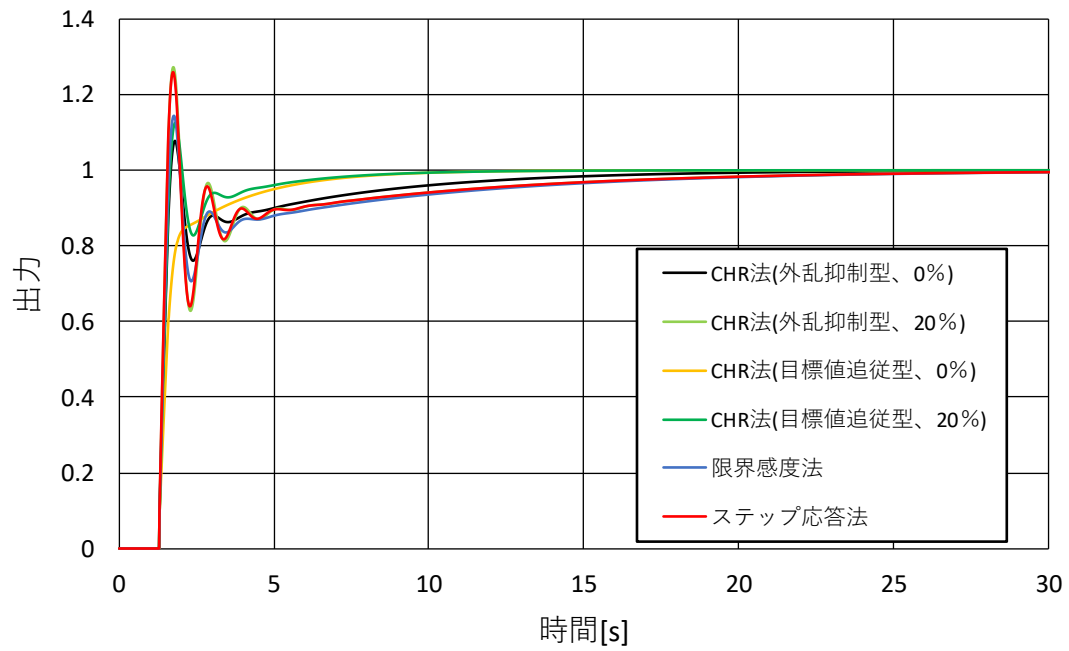


図 4-1 各パラメータ設定法による PID 制御動作

また、どの制御においても 20 秒後には目標値に収束しているため、20 秒後に外乱を発生させた。そのときの各パラメータ設定法による制御動作を図 4-2 に示す。

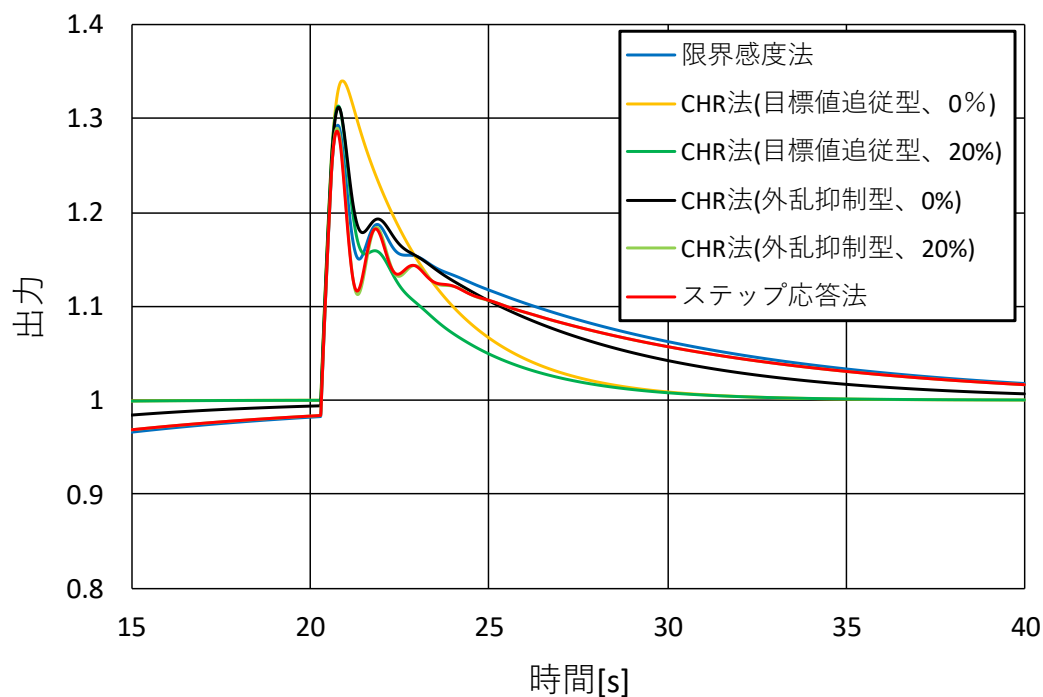


図 4-2 外乱が発生した場合による各制御動作

各パラメータ設定法による PID 制御実験の結果を見ると、CHR 法の目標値追従型が一番早く目標値に収束することがわかる。また、目標値追従型におけるオーバーシュート 0%の方は目標値より大きい値を取ることがなかったため、設定通りオーバーシュートしていないことがわかる。これにより、目標値に素早く近づけたいのであれば、CHR 法の目標値追従型を適用すればいいことがわかった。しかし、どの設定法においても振動動作することなく、最終的には目標値で収束することが実験結果より見て取れる。

外乱発生時の制御実験の結果を見ると、外乱を一番小さくしているのはステップ応答法と、CHRの外乱抑制型(オーバーシュート 20%)であることがわかる。これにより、外乱を抑えたいのであればステップ応答法、またはCHR法の外乱抑制型を適用すればいいことがわかった。しかし、外乱が発生した場合でもCHR法の目標値追従型(オーバーシュート 20%)が一番早く目標値に戻っているため、総合的に考えると、CHRの目標値追従型(オーバーシュート 20%)が目標値に早く近づくし、外乱が発生しても一番早く目標値に戻るため、この実験においてはCHR法の目標値追従型(オーバーシュート 20%)がPID制御のパラメータ設定法の中で一番良いものだと決定づけた。

4.2 変調振幅を変化させたときの1f信号波形の測定結果

実験では変調振幅を100mVppから100mVppずつ変化させていき、そのときの1f信号波形を測定した。また、変調振幅が小さい場合のときの1f信号波形も測定するため、0mVppから100mVppの間は10mVpp刻みで変化させ、測定を行った。測定した中で変調振幅が小さい場合の1f信号波形として40mVppのときの1f信号、変調振幅が大きい場合の1f信号波形として500mVppのときの1f信号、1f信号の傾きが大きく、ピークピーク値も大きい場合の1f信号波形として100mVppのときの1f信号を図4-3に示す。

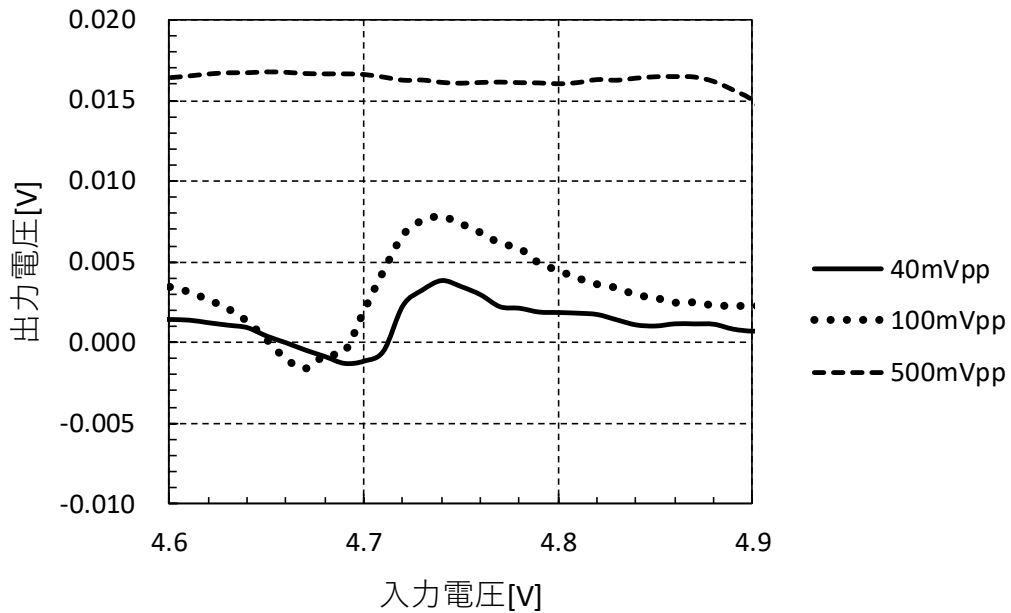


図 4-3 変調振幅による 1f 信号波形の形状変化

結果より、変調振幅が大きすぎると 1f 信号の形状を保てなくなることがわかった。また、変調振幅が小さくても傾きのある 1f 信号が測定できるが、100mVpp のときの 1f 信号と比べると、1f 信号のピークピーク値が小さいことがわかった。

変調振幅が大きいとき 1f 信号の傾きが小さくなった理由としては、どの測定地点でも PD の出力が正弦波ではなくなり、LIA で LPF に通したときの値があまり変化しないためであると考えられる。また、変調振幅が小さいとき 1f 信号のピークピーク値が小さくなった理由としては、変調振幅が小さいことで PD の出力振幅も小さくなったことによって、LIA の出力値も小さくなったためであると考えられる。

4.3 PID 制御実験の測定結果

実験でははじめに PID 制御ボードを実験系に入れた場合と入れていない場合の LIA の出力を測定した。その値を周波数に変換し、吸収線のピークでの周波数を 0 としたときの偏差を図 4-4 に示す。

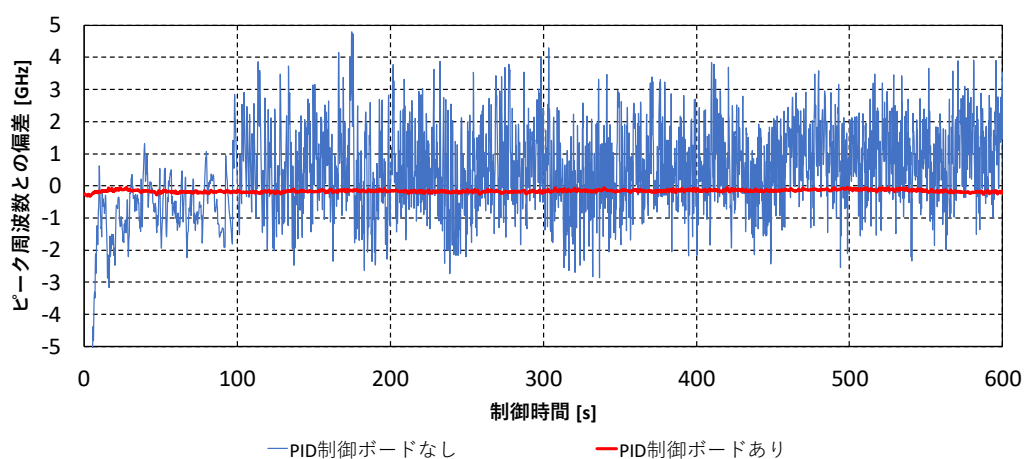


図 4-4 PID 制御の有無によるピーク周波数との偏差

この結果より制御ボードを入れていないときには約±7 GHz あった偏差が、制御ボードを入れたときには偏差が小さくなっていることがわかる。また、制御ボードを入れた場合と入れていない場合の偏差の変動幅、最大値、平均値を表 4-1 に示す。

表 4-1 PID 制御の有無による偏差の値

	PID 制御あり	PID 制御なし
周波数の偏差の変動幅 [MHz]	280	7657
周波数の最大偏差[MHz]	319	4800
偏差の平均値 [MHz]	156	350

実験結果より、PID 制御を行うことで、変動幅が小さくなり、目標値に近い値で安定することがわかる。また、PID 制御を行うことで偏差の変動幅を約 $\frac{1}{27}$ 倍にすることができた。しかし、目標値とは平均しても約 156MHz の偏差があるため、目標値で安定化させるには至らなかった。

第 5 章 まとめ

本研究では安定したガスの濃度測定のために PID 制御により、周波数を安定化するシステムの開発を目的とした。本研究で使用する半導体レーザーは電流と温度によって周波数が決まるが、電流の方が制御しやすいため本研究では電流を制御する。制御は 1f 信号の出力を制御ボードに入力することで行う。はじめに、制御のシミュレーション実験ではパラメータ設定を 3 つの方法で行い、それぞれの制御結果を比較した。結果として

は、CHR 法の目標値追従型(オーバーシュート 20%)が一番早く目標値近づき、かつ外乱に対しても対応が早くなった。次に 1f 信号測定実験においては、発振器の振幅が 100mVpp のときに、傾きが大きく、かつ入力の変化に対する出力の変化が大きいことがわかった。最後に PID 制御実験の結果としては、制御ボードを入れた場合入れていない場合の偏差の平均値はそれぞれ 319MHz と 4.8GHz になった。また、偏差の変動幅は PID 制御ボードを入れることで約 $\frac{1}{27}$ 倍に抑えることができた。これにより PID 制御を行うことで、ピーク周波数に近い値で偏差の変動幅の小さい状態になったものの、目標値に比べ約 319MHz の誤差が生じる結果となった。

謝辞

本研究を進めるにあたり、担当の由井四海教官からは様々な助言を賜りました。厚く御礼申し上げます。

参考文献

- [1] R. Huang, X. Guo, Q. Meng, B. Zhang, "A simple digital control system with field-programmable gate array for stabilization of CO₂ laser output", REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUMENTS 88,043105-1(2017).